සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි.

# ආනන්ද විද්‍යාලය - කොළඹ 10

10 | S | I

**පළමුවන වාර පරීක්ෂණය - 2025 අප්‍රේල්**

**අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 2025**

**සංයුක්ත ගණිතය I**
**Combined Maths I**

**13 ශ්‍රේණිය**

❖ B - කොටසින් ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

## B - කොටස

(11) a) $f(x) = x^2 + 2bx + 3c^2$ සහ $g(x) = -x^2 - 2cx + 2b^2$ ලෙස ගනිමු.

මෙහි $b, c \in \mathbb{R}$ සහ $b > 0$ වේ. $\sqrt{3}\,c > b$ වන පරිදි $f(x)$ හි අවම අගය $g(x)$ හි උපරිම අගයට වඩා විශාල නම් $c > \sqrt{\frac{3}{2}}\,b$ බව පෙන්වන්න.

$f(x) - g(x) = 0$ සමීකරණයේ මූල තාත්ත්වික නම්, $b \geq \left(\frac{\sqrt{26} - 1}{5}\right) c$ බව පෙන්වන්න.

$f(x) = 0$ හා $g(x) = 0$ සමීකරණවල මූල පිළිවෙලින් $\alpha, \beta$ හා $\alpha, \gamma$ වේ.

$(3c^2 + 2b^2)^2 = 4(b - c)(2b^3 + 3c^3)$ බව පෙන්වන්න.

$\beta$ හා $\gamma$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය,

$x^2 - k(3c^2 - 2b^2)x - 6k^2b^2c^2 = 0$ මගින් ලබා දෙන බව පෙන්වන්න. මෙහි $k = \frac{2(c - b)}{(3c^2 + 2b^2)}$ වේ.

b) සාධක ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න.

$h(x) = x^4 + px^3 + qx^2 - px(q + 1)$ යැයි දී ඇත. $\left(x - \frac{1}{3}\right)$ හා $\left(x + \frac{1}{3}\right)$ යනු $h(x)$ හි සාධක බව දී ඇති විට, p හා q සොයන්න.

p හා q හි එම අගයන්ට $h(x) = 0$ හි ඉතිරි මූල සොයන්න.

(12) a) $y = |2x - 3| - 1$ හා $y = 5 - |3x|$ හි ප්‍රස්තාර වල දළ සටහන් එකම සටහනක අඳින්න.

එනයින් $6 > |2x - 3| + |3x|$ අසමානතාව සපුරාලන $x$ හි සියලුම තාත්ත්වික අගයන් සොයන්න. තවද, $2 - |2x + 1| \geq \frac{1}{3}|4x - 1|$ අසමානතාව සපුරාලන $x$ හි සියලුම තාත්ත්වික අගයන් අපෝහනය කරන්න.

b) i) $3^{2x-1} - 4.3^{x} + 12 = 0$ සමීකරණය විසඳන්න.

ii) $log_2(x - 1) = log_4(x + 5)$ නම් $x$ හි අගය සොයන්න.

c) $(1 + \sqrt{3})^4 + (1 - \sqrt{3})^4 = 56$ බව පෙන්වන්න. එනයින් $55 < (1 + \sqrt{3})^4 < 56$ බව අපෝහනය කරන්න.

(13) a) $\sum_{r=1}^{n} r$ හා $\sum_{r=1}^{n} r^2$ සඳහා (මෙහි $r, n \in \mathbb{Z}^+$ වේ). n ඇසුරෙන් ප්‍රතිඵල ලියා දක්වන්න.

$1.3 + 2.4 + 3.5 + \ldots\ldots$ යන බහුපද ශ්‍රිත ශ්‍රේණියේ r වැනි පදය $T_r$ යන්න ලියා දක්වන්න.

ඉහත ලබාගත් ප්‍රතිඵල භාවිතයෙන් $\sum_{r=1}^{n} T_r$ හි අගය n ඇසුරෙන් සොයන්න.

b) $\frac{6}{1.3.7} + \frac{10}{3.7.13} + \frac{14}{7.13.21} + \frac{18}{13.21.31} + \ldots$ යන ශ්‍රේණියේ r වැනි පදය, $U_r$ යන්න $\frac{\lambda r + \mu}{f(r) \cdot f(r+1) \cdot f(r+2)}$ ලෙස ගෙන λ හා μ තාත්ත්වික නියත සොයන්න. මෙහි f (r) යන්න $Ar^2 + Br + C$ ; $A, B, C \in \mathbb{R}$, $A \neq 0$ ආකාරයේ වර්ගජ ශ්‍රිතයක් යැයි උපකල්පනය කරන්න.

ශ්‍රේණියේ පළමු, දෙවැනි හා තෙවැනි පද සැලකීමෙන් A , B හා C හි අගයන් සොයා $U_r$ අපෝහනය කරන්න.

සිව්වැනි පදය සඳහා එම $U_r$ සත්‍ය වන බව පෙන්වන්න.

$2r + 1 \equiv m f_{(r)} + n f_{(r+2)}$ වන පරිදි m හා n තාත්ත්වික නියත සොයන්න. එනයින්, $U_r = V_{(r)} - V_{(r+1)}$ වන පරිදි $V_{(r)}$ ශ්‍රිතය ලබා ගන්න. $\sum_{r=1}^{n} U_r$ සොයන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේ ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

CamScanner

14) a) $f(x) = 1 + \frac{1}{(x+p)(x+q)}$ යයි ගනිමු. මෙහි $p, q \in \mathbb{R}$ වේ. $x = 0$ හා $x = 2$ යනු $f(x)$ වක්‍රයේ ස්පර්ශෝන්මුඛ රේඛා වේ. p හා q නිර්ණය කරන්න. $y = f(x)$ ශ්‍රිතයේ $x$ විෂයෙන් ප්‍රථම ව්‍යුත්පන්නය වන $f'(x) = \frac{-2(x-1)}{x^2(x-2)^2}$ බව පෙන්වන්න.

$f(x)$ හි අඩුවන ප්‍රාන්තර හා වැඩිවන ප්‍රාන්තර සොයන්න. $x$ අක්ෂය මත අන්තඃඛණ්ඩය, y අක්ෂය මත අන්තඃඛණ්ඩය, හැරුම් ලක්ෂ්‍ය හා ස්පර්ශෝන්මුඛ රේඛා පැහැදිලිව දක්වමින් $y = f(x)$ ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහන් අඳින්න.

$f(x)$ හි ප්‍රස්තාරය ඇසුරින්,

i) $y = |f(x)|$

ii) $y = \frac{1}{f(x)}$ ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න.

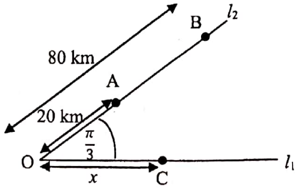
b) පහත රූපයේ පරිදි $l_1$ හා $l_2$ මාර්ග දෙකක් ඍජු සමතලා බිමක පිහිටා ඇත. A හා B නිවාස දෙක $l_2$ මාර්ගයේ පිහිටා ඇත්තේ $l_1$ හා $l_2$ මාර්ග දෙක ඡේදනය වන O හි සිට පිළිවෙලින් 20 km හා 80 km දුරිනි. $l_1$ හා $l_2$ මාර්ග දෙක අතර ඡේදන කෝණය $\frac{\pi}{3}$ ක් වේ. ජලාශයක සිට ලබාගන්නා ජලය A හා B නිවෙස් වෙත බෙදා හැරීම සඳහා $l_1$ මාර්ගයේ O සිට $x$ දුරින් C හි ජල ටැංකියක් සෑදිය යුතුව ඇත.

$AC = \sqrt{x^2 - 20x + 400}$

$BC = \sqrt{x^2 - 80x + 6400}$ බව පෙන්වන්න.

මෙහි $x$ හි පරාසය සොයන්න.

අවම නල ප්‍රමාණයකින් ජලය බෙදා හැරීම සඳහා ජල ටැංකිය සෑදිය යුතු ස්ථානයට O හි සිට ඇති දුර සොයන්න.



15) a) $\frac{1}{(x^2-1)(x^2+4)}$ භින්න භාග ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

එනයින්,

$\int \frac{dx}{(x^2-1)(x^2+4)}$ සොයන්න.

b) $t = tan\frac{x}{2}$ ආදේශය භාවිතයෙන්,

$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{3+\cos x} = \frac{\pi}{4\sqrt{2}}$ බව පෙන්වා එනයින්

$\int_0^{\pi/2} \frac{sin^2 x}{3+\cos x}\,dx$ හි අගය සොයන්න.

c) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්

$\int_0^{\pi/2} \cos x \; ln|3+\cos x|\,dx = \ln 3 + \left(\frac{3-2\sqrt{2}}{2}\right)\pi - 1$ බව පෙන්වන්න.

16) $l \equiv ax + by + c = 0$ සරල රේඛාවක් තෘප්ත නොකරන ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය දෙකක් $P_1 \equiv (x_1, y_1)$ හා $P_2 \equiv (x_2, y_2)$ වේ. $l$ මගින් $P_1P_2$ බෙදනු ලබන අනුපාතය සොයන්න.

එනයින් $P_1$ හා $P_2$ ලක්ෂ්‍යය $l$ රේඛාවෙන් දෙපස පිහිටීම සඳහා අවශ්‍යතාවය අපෝහනය කරන්න.

$A \equiv (-2,-3)$ හා $C \equiv (8,17)$ යනු ABCD සමාන්තරාස්‍රයක ප්‍රතිවිරුද්ධ ශීර්ෂ දෙකකි. BD විකර්ණය $y = 4x$ රේඛාවට සමාන්තර වන අතර BD දිග ඒකක $10\sqrt{17}$ ක් ද වේ. D ශීර්ෂය පළමුවන වෘත්ත පාදය තුළ පිහිටයි. B හා D ශීර්ෂ වල ඛණ්ඩාංක සොයන්න. තවද $A\hat{B}C$ හා $A\hat{D}C$ කෝණවල අභ්‍යන්තර කෝණ සමච්ඡේදක වල සමීකරණ සොයන්න.

CamScanner

17) a) Tan A හා Tan B ඇසුරෙන් Tan (A + B) සඳහා වූ ත්‍රිකෝණමිතික සර්වසාම්‍ය ලියා දක්වන්න. එනයින් Tan A ඇසුරින් Tan 2A ලබාගෙන, $Tan\, 3A = \frac{3\,Tan\,A - Tan^3 A}{1 - 3\,Tan^2 A}$ බව පෙන්වන්න.

$Tan\, x + Tan\left(\frac{\pi}{3} + x\right) + Tan\left(\frac{2\pi}{3} + x\right) = K\ Tan\, 3x$ නම් K = 3 බව අපෝහනය කරන්න.

b) සුපුරුදු අංකනයෙන් ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් ප්‍රමේයය ලියා දක්වන්න.

$\text{Tan}\left(\frac{A - B}{2}\right) = \left(\frac{a - b}{a + b}\right) \cot \frac{C}{2}$ බව පෙන්වන්න.

$a = 6$ , $b = 3$ හා $\cos(A - B) = \frac{4}{5}$ වේ නම්, C කෝණයේ අගය සොයන්න.

c) $x = \sin^{-1}(a^6 + 1) + \cos^{-1}(a^4 + 1) + \tan^{-1}(a^6 + 1)$ නම් $a \in \mathbb{R}$ විට $x$ හි අගය නිර්ණය කරන්න.

එනයින් $sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = (-1)$ බව අපෝහනය කරන්න.

CamScanner